# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

# Генерация сигналов. Свертка

**Цель работы**: получить основные навыки работы в Python. Изучить существующие библиотеки Python для генерации сигналов и свертки. Изучить свойства свертки.

**Теоретическая часть**

В общем смысле ***сигнал*** — это зависимость одной величины от другой. С математической точки зрения сигнал является функцией, которую можно изобразить в виде определённой линии.

Другими словами ***сигнал*** – это данные, упорядоченные относительно некоторого аргумента (например, времени, частоты, пространственной координаты). Если в качестве аргумента выбрано время, то эквивалентными понятиями будут временной процесс, временная реализация.

***Гармонический сигнал*** – это сигнал, который можно описать следующей функцией:

, (1)

где A-амплитуда сигнала, w – круговая частота (), – начальная фаза.

Заметим, что также будет являться гармоническим, т. к.

, т. е. сигналы будут отличаться лишь начальной фазой.

***Свёртка***— это математическая операция, применённая к двум функциям f и g, порождающая третью функцию. Операцию свертки можно интерпретировать как «схожесть» одной функции с отражённой и сдвинутой копией другой. Другими словами, преобразование свертки однозначно определяет выходной сигнал y(t) для установленного значения входного сигнала x(t) при известном значении функции импульсного отклика системы h(t).

***Формула свёртки****:*

, (2)

где - длительность импульсной переходной характеристики

***Свойства свёртки:***

1. Свойство коммутативности или перестановки

(3)

1. Свойство ассоциативности

(4)

1. Свойство дистрибутивности или распределенный закон

(5)

4) Центральная граничная теорема

Центральная граничная теорема – очень важный инструмент теории вероятности, объясняющий природу Гауссового распределения плотности вероятности в реальном мире. В упрощенном виде центральная теорема устанавливает, что Гауссово распределение можно получить в результате суммирования нескольких случайных процессов.

Эта теорема имеет одно интересное применение для операции свертки. Если импульсоподобный сигнал свернуть несколько раз с самим собой, то в результате получится Гауссиан. Уже после третей операции получится импульс с формой Гауссиана – т. е. сигнал *стремится* к Гауссиану очень быстро. Ширина полученного Гауссиана равна ширине исходного импульса, умноженного на квадратный корень количества операций свертки.

**Задания**

Задания выполняются в соответствии со своим вариантом. Вариант определяем по номеру в списке как остаток от деления на 10, 0==10.

1. Выполнить генерацию сигналов в соответствии с параметрами из таблицы.

Таблица 1 – Параметры для генерации сигналов

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Описание сигнала** | **Вариант** | **Параметры** | | | | | |
| **A** | **B** | **C** | **D** | **ШАГ** |
| Гармонический сигнал с частотой A с нормально распределенным шумом (randn) | 1 | 10 Гц |  |  |  | 1/128 |
| 2 | 20 Гц |  |  |  | 1/128 |
| 3 | 30 Гц |  |  |  | 1/128 |
| 4 | 40 Гц |  |  |  | 1/128 |
| 5 | 50Гц |  |  |  | 1/128 |
| 6 | 5 Гц |  |  |  | 1/256 |
| 7 | 10 Гц |  |  |  | 1/256 |
| 8 | 15 Гц |  |  |  | 1/256 |
| 9 | 20 Гц |  |  |  | 1/256 |
| 10 | 25 Гц |  |  |  | 1/256 |
| Гармонический сигнал, частота которого меняется по закону At^3+Bt^2+Ct+D | 1 | 10 | 5 | 3 | 1 | 1/1024 |
| 2 | 1 | 3 | 5 | 10 | 1/1024 |
| 3 | 10 | 100 | 50 | 2 | 1/1024 |
| 4 | 15 | 10 | 5 | 1 | 1/1024 |
| 5 | 25 | 50 | 30 | 10 | 1/1024 |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 1 | 1/1024 |
| 7 | 10 | 15 | 20 | 30 | 1/1024 |
| 8 | 2 | 8 | 3 | 1 | 1/1024 |
| 9 | 8 | 1 | 6 | 2 | 1/1024 |
| 10 | 6 | 3 | 9 | 12 | 1/1024 |
| Синусоида с меняющейся частотой от A до B по законам С и D | 1 | 5 | 100 | Лин. | Квадр. | 1/512 |
| 2 | 10 | 120 | Лин. | Exp | 1/512 |
| 3 | 1 | 10 | Exp | Квадр. | 1/512 |
| 4 | 20 | 50 | Лин. | Квадр. | 1/512 |
| 5 | 30 | 10 | Лин. | Exp | 1/512 |
| 6 | 15 | 25 | Exp | Квадр. | 1/512 |
| 7 | 80 | 40 | Лин. | Квадр. | 1/512 |
| 8 | 1 | 20 | Лин. | Exp | 1/512 |
| 9 | 100 | 70 | Exp | Квадр. | 1/512 |
| 10 | 40 | 70 | Лин. | Exp | 1/512 |
| Синусоида с частотой, меняющейся скачкообразно: первая частота А, далее B, C и D | 1 | 10 | 20 | 30 | 40 | 1/1024 |
| 2 | 10 | 20 | 10 | 20 | 1/1024 |
| 3 | 100 | 10 | 50 | 5 | 1/1024 |
| 4 | 50 | 100 | 10 | 25 | 1/1024 |
| 5 | 10 | 40 | 70 | 100 | 1/1024 |
| 6 | 100 | 5 | 50 | 10 | 1/1024 |
| 7 | 50 | 25 | 10 | 50 | 1/1024 |
| 8 | 30 | 50 | 70 | 90 | 1/1024 |
| 9 | 60 | 40 | 20 | 5 | 1/1024 |
| 10 | 5 | 15 | 25 | 35 | 1/1024 |

1. Написать свою программу, вычисляющую свертку двух сигналов, оформить ее в виде функции Z=myCONV(A,B). Сравнить результаты работы программы с функцией свертки из библиотеки scipy (convolve(A,B)).
2. Для сигналов найти свертки (используя свою программу) в соответствии с заданием. Объяснить полученные результаты аналитически.

A= {…0,1,1,1,1,1, 0…}

B= {…,0,1,2,3,0…}

C= {…,0,2,1,0.5,0…}

D= {…,0,1,2,3,4,5,0…}

E= {…,0,5,4,5,3,1,0…}

F=sin(2\*pi\*t) + 0.1\*randn (1, length(t)); где t = [0,10] с шагом дискретизации 1/125;

G= {…,0,2,1,2,0…}

1. A\*A
2. B\*C и C\*B
3. (D\*E)\*B и D\*(E\*B)
4. D\*(E+B) и D\*E+D\*B
5. F\*A
6. F\*G

**Контрольные вопросы**

1. Какие виды сигналов вы знаете? В чем отличие периодических сигналов от непериодических?
2. Роль свертки в ЦОС.
3. В чем отличие дискретной свертки от непрерывной?
4. Как представить дискретный сигнал с использованием свертки и дельта-функции?

**Требования к отчету**

Отчет должен быть оформлен по ГОСТ 7.32-2017 и содержать следующие разделы:

1. Титульный лист.
2. Цели работы.
3. Описание сигналов, коды программ, визуальное представление сигнала.
4. Выводы.
5. Ответы на контрольные вопросы.

**Литература:**

1. Аллен Б. Дауни Think DSP. Цифровая обработка сигналов на Python / пер. с англ. Бряндинский А.Э. – М.: ДМК Пресс, 2017. – 160 с.: ил.
2. Свертка // [Электронный ресурс] – Электронные данные – Режим доступа: URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B2%D1%91%D1%80%D1%82%D0%BA%D0%B0_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%B0%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7)> свободный.
3. Курс лекций «Основы цифровой обработки сигналов» // [Электронный ресурс] – Электронные данные – Режим доступа: URL: <https://habr.com/ru/post/460445/> свободный.